**ÁLGEBRA**

**1.- Leyes de los exponentes**

***Caso 1. Multiplicación***

Si la base es la misma, se suman los exponentes.

***Caso 2. División***

Si la base es la misma, al exponente del numerador se le resta el exponente del numerador.

***Caso 3. Potenciación***

Se multiplican los exponentes

***Caso 4. Radicación***

El exponente del radicando (cantidad dentro de la raíz) se divide entre el índice de la raíz.

***Caso 5. Exponente cero***

Si entonces

***Caso 6. Exponente negativo***

Ejemplos:

Realizar las siguientes operaciones con exponentes.

1.-

Como la base es la misma en ambos factores, se tiene el caso 1. Por tanto:

2.-

Corresponde al caso 3. Por tanto:

3.-

Como la base es la misma en numerador y denominador, corresponde al caso 2.

4.-

Corresponde al caso 4.

5.-

En esta multiplicación, los factores no tienen la misma base, por tanto, no se puede aplicar la regla del caso 1.

**Ejercicios:**

1.- Realizar las siguientes operaciones:

a) b)

c) d)

e) f)

g)

2.- En las siguientes operaciones, colocar el número faltante arriba de la línea:

a) b)

c) d)

**2a.- Multiplicación de expresiones algebraicas**

Para multiplicar expresiones algebraicas, se realiza la multiplicación de cada término de la primera expresión por cada término de la segunda expresión y después, se reducen los términos semejantes que se hayan obtenido.

Recuerde que al realizar la multiplicación, cuando la literal está en ambos factores, se suman sus exponentes, es decir:

(caso de multiplicación)

Ejemplos:

a) Multiplicar por

b) Multiplicar por

c) Multiplicar por

**Ejercicios:**

1.- Realizar las siguientes multiplicaciones.

a) por

b) por

c) por

d) por

e) por

f) por

g) por

h) por

**2b) División de expresiones algebraicas**

Las divisiones de expresiones algebraicas se pueden clasificar en:

***1.- División entre monomio.***

En este caso, se divide cada uno de los términos del binomio, trinomio o polinomio entre el monomio, realizando la división de los coeficientes y restando los exponentes de las literales.

Recuerde la ley de exponentes

Ejemplos:

a) Dividir entre .

b) Dividir entre .

***2.- División entre binomio, trinomio o polinomio.***

En esta situación se utiliza la división larga, como se muestra en los siguientes ejemplos:

a) Dividir entre 



Primero se divide el término 2x4 entre el término x2 , obteniéndose 2x2 . A continuación este primer resultado se multiplica por cada uno de los términos del divisor,  y se cambia el signo de cada uno de los términos de este producto: . Este resultado se suma al divisor: .

Estos pasos se muestran a continuación.



A continuación se divide el término -6x3 entre el término x2 , obteniéndose

-6x . Este resultado se multiplica por cada uno de los términos del divisor,  y se cambia el signo de cada uno de los términos de este producto: . Este resultado se suma al divisor: .

Estos pasos se muestran a continuación, junto con los anteriores.



Luego se divide el término 20x2 entre el término x2 , obteniéndose 20 . Este resultado se multiplica por cada uno de los términos del divisor,  y se cambia el signo de cada uno de los términos de este producto: . Este resultado se suma al divisor: .

Estos pasos se muestran a continuación, junto con los anteriores.



Como el término -66x tiene un exponente menor que el término x2, no se puede seguir dividiendo. Por tanto, el cociente es **2x2-6x+20** y el residuo es

**-66x+20**.

b) Dividir entre 



Procediendo de forma similar:



El cociente es **4y+6** y el residuo es **3y-27**.

**Ejercicios:**

1.- Realizar las siguientes divisiones entre un monomio:

a) entre

b) entre

c) entre

d) entre

2.- Realizar las siguientes divisiones entre binomio, trinomio o polinomio:

a) entre

b) entre

c) entre

d) entre

***3.- División sintética***

Este es un método para realizar división de expresiones algebraicas en los cuales el divisor es una binomio de primer grado (el máximo exponente de la única variable es igual a UNO).

***Ejemplo 1:***

Dividir entre

Paso 1.

Se escriben los coeficientes del dividendo, ubicando ceros donde no exista ese término.

En este caso el dividendo es (el cual ya está ordenado en forma decreciente).

x3 x2 x Independiente

4 -5 0 -8

*Generalmente en la división sintética, el divisor es un factor lineal en el cual el coeficiente de la variable es UNO.*

Paso 2:

Se cambia el signo del término independiente del divisor.

El divisor es , se acomoda junto con el dividendo anterior de la siguiente forma.

x3 x2 x Independiente Signo cambiado

4 - 5 0 - 8 - 1

Paso 3:

Se deja un renglón en blanco y el coeficiente de la mayor potencia “se baja”.

4 - 5 0 - 8 - 1

4

Paso 4:

La cantidad que se bajó se multiplica por el número que pertenece al divisor. En este caso, y esta cantidad se coloca en el segundo renglón debajo del -5. Se suman algebraicamente.

4 - 5 0 - 8 - 1

- 4

4 - 9

Paso 5:

Este último resultado se multiplica por el número que pertenece al divisor. En este caso, y esta cantidad se coloca en el segundo renglón debajo del 0. Se suman algebraicamente.

4 - 5 0 - 8 - 1

- 4 9

4 - 9 9

Paso 6:

Este último resultado se multiplica por el número que pertenece al divisor. En este caso, y esta cantidad se coloca en el segundo renglón debajo del -8. Se suman algebraicamente.

4 -5 0 - 8 - 1

- 4 9 - 9

4 - 9 9 - 17

Paso 7: Identificación del resultado.

Como el dividendo es de tercer grado, el cociente es de segundo grado. Sus coeficientes están en el último renglón, por tanto, el cociente es .

El residuo está ubicado al final del último renglón, es decir, -17.

***Ejemplo 2.***

Dividir entre .

Siguiendo el mismo procedimiento:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x4 | x3 | x2 | x | Indep. | Signo cambiado |
| 1 | 2 | 0 | -8 | -3 | +2 |
|  | 1(2)=2 | 4(2)=8 | 8(2)=16 | 8(2)=16 |  |
| 1 | 4 | 8 | 8 | 13 |  |

Por tanto, el cociente es y el residuo es

***Ejemplo 3.***

Dividir entre

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x5 | x4 | x3 | x2 | x | Indep. |  |
| 2 | 0 | 3 | 0 | 10 | -9 | +3 |
|  | 6 | 18 | 63 | 189 | 597 |  |
| 2 | 6 | 21 | 63 | 199 | 588 |  |

El cociente es y el residuo es

***Ejemplo 4***

Dividir entre .

Como ahora el coeficiente de x en el divisor es -1, no se puede aplicar directamente este método. Si se multiplican dividendo y divisor por -1 no se afecta la división:

y se emplea el mismo procedimiento.

***Ejemplo 5***

Dividir entre .

Como ahora el coeficiente de x en el divisor es 2, no se puede aplicar directamente este método. Dividiéndolo entre 2 se obtiene .

Aplicando ahora la división sintética:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x3 | x2 | x | Indep. |  |
| 2 | -8 | 5 | 4 | -1/2 |
|  | -1 | 9/2 | -19/4 |  |
| 2 | -9 | 19/2 | -3/4 |  |

El residuo es -3/4 y el cociente “quedaría” . Sin embargo, como el divisor se dividió entre 2, se debe hacer lo mismo al cociente, con lo cual resulta . (El residuo no se divide entre 2).

**Ejercicios:**

1.- Si es posible, realizar las siguientes operaciones por medio de división sintética. En caso contrario, explique por qué no se puede aplicar este método.

a) entre

b) entre

c) entre

d) entre

e) entre

f) entre

**3.- Productos notables**

Son operaciones de multiplicación entre polinomios, que al ser muy comunes, se conoce de antemano la forma de su resultado.

* Binomios conjugados.

Se conocen como binomios conjugados aquellos que se diferencian por el signo que separa a los términos.



Ejemplos:

a) 

b) 

* Binomio al cuadrado.



Ejemplos:

a) 

b) 

* Binomio al cubo.



Ejemplos:

a) 



b) 



**Ejercicios:**

1.- Realice las siguientes operaciones.

a) 

b) 

c) 

d)

e)

f)

**4.- Ecuaciones de primer grado con una incógnita**

**Método analítico.**

Para resolver la ecuación, es decir, obtener el valor de la incógnita que satisface la ecuación, debe despejarse la incógnita por medios algebraicos.

Ejemplos:

a) Resolver

La solución es

Se puede comprobar por medio de la sustitución de la solución en la ecuación original, debiendo obtenerse la misma cantidad en ambos lados de la ecuación.

b) Resolver

La solución es

c) Resolver

La operación de fracciones de los coeficientes de la variable es:

Sustituyendo:

La solución es

**Ejercicios:**

1.- Resolver las siguientes ecuaciones de primer grado.

a)

b)

c)

d)

e)

**Método gráfico.**

Para resolver gráficamente una ecuación de primer grado con una incógnita, se relaciona cada lado de la ecuación con una ecuación de la variable y.

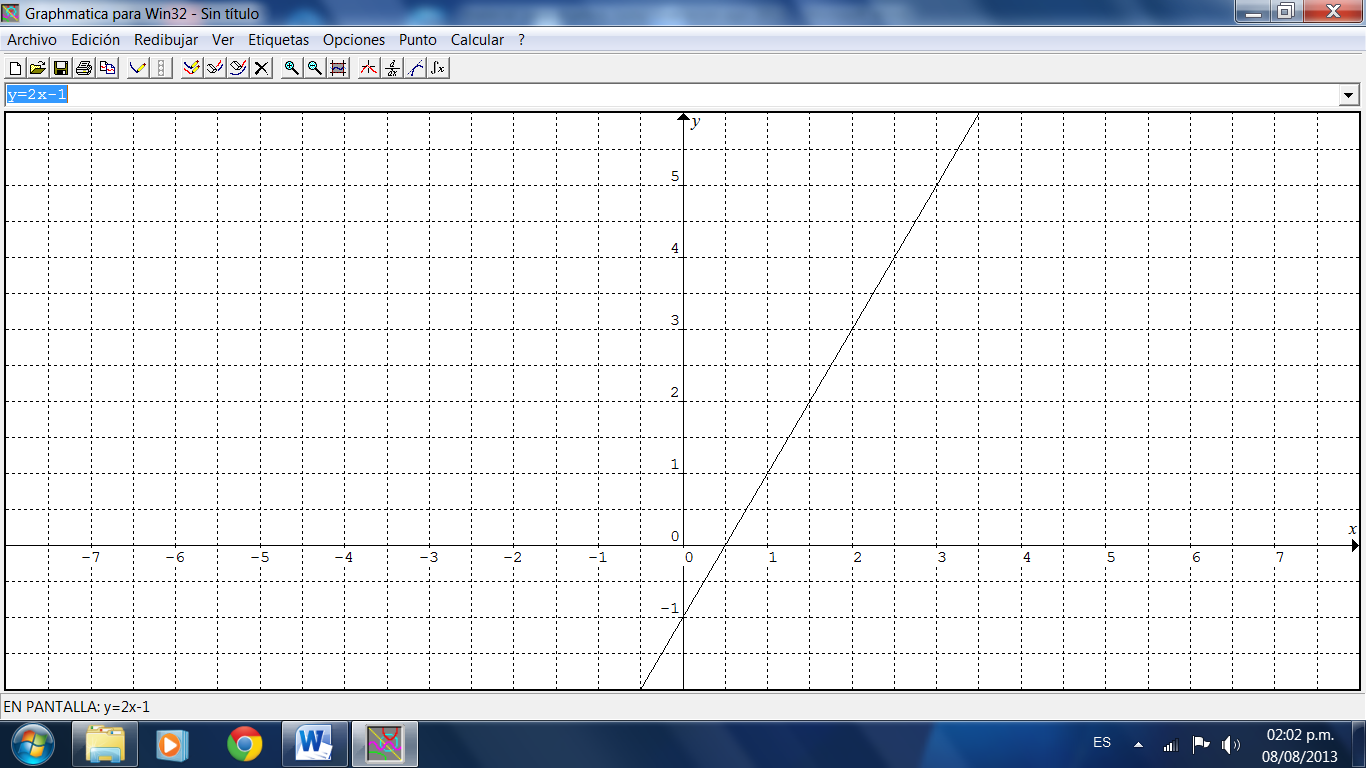
Ejemplos:

1.- Resolver la ecuación

El lado izquierdo de la ecuación se considera para la ecuación lineal de 2 variables (ecuación 1)

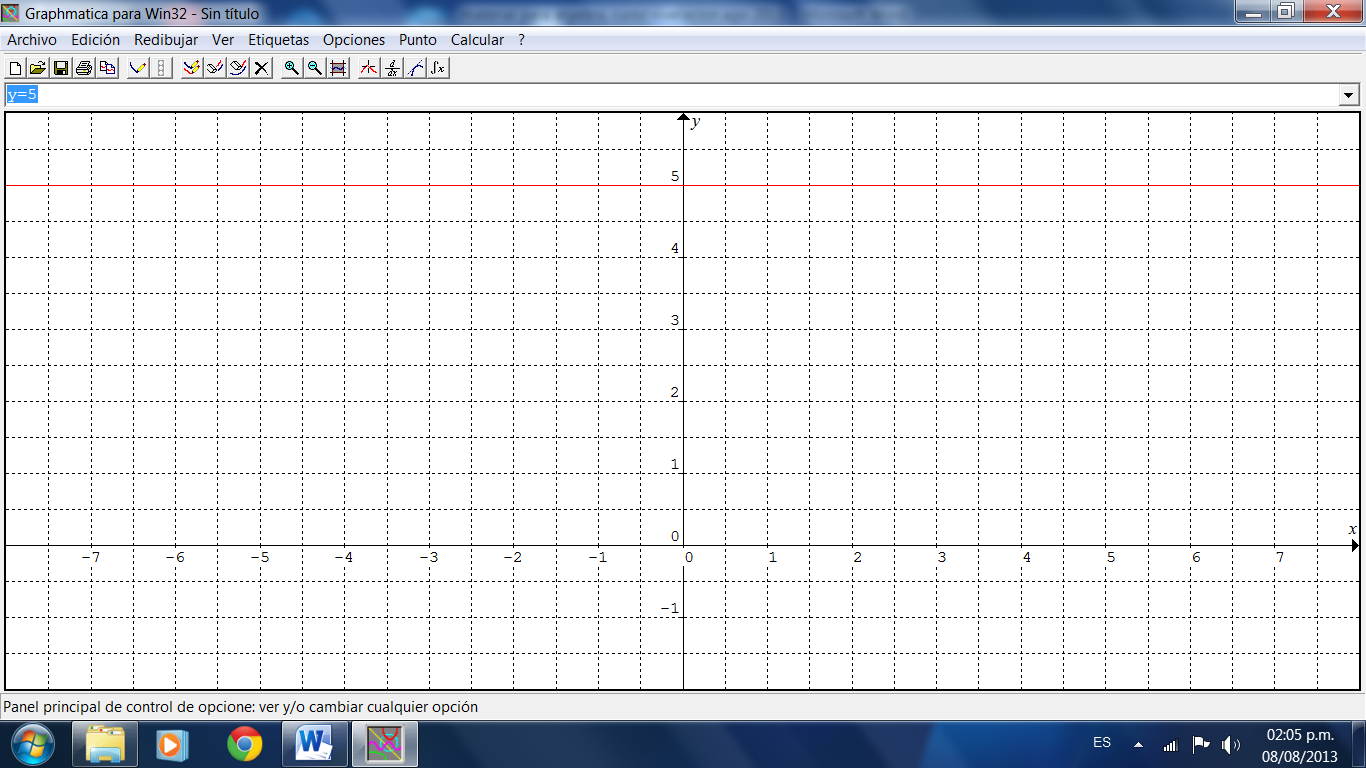
Realizando algo similar con el lado derecho, se obtiene (ecuación 2)

La representación gráfica de la ecuación 1 se muestra en la siguiente figura.



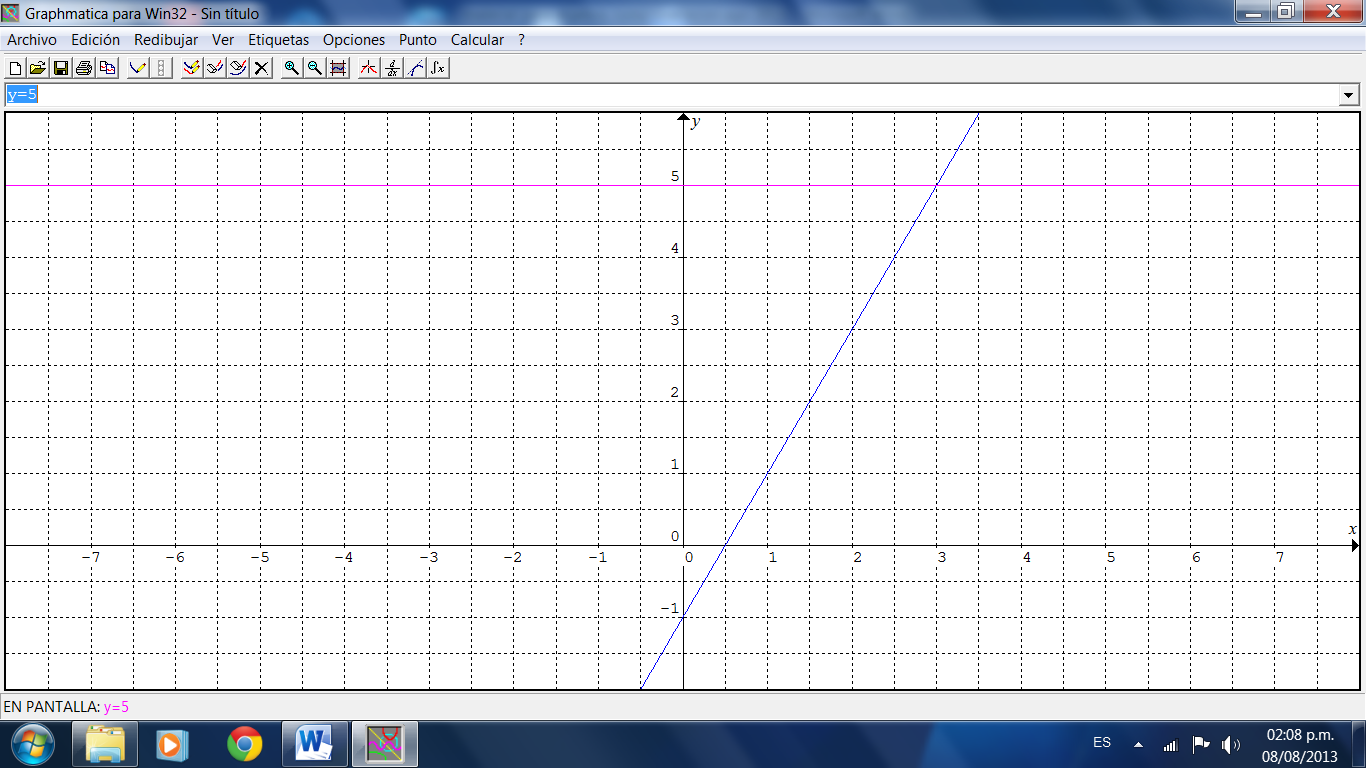
Corresponde a una recta cuya ordenada en el origen (cruce con el eje Y) es -1 y su pendiente (variación de Y debida a un incremento unitario de X) es +2.

La gráfica de la ecuación 2 es:



Es una recta horizontal que cruza al eje Y en el valor 5.

Conjuntando las 2 ecuaciones en la misma gráfica se obtiene:



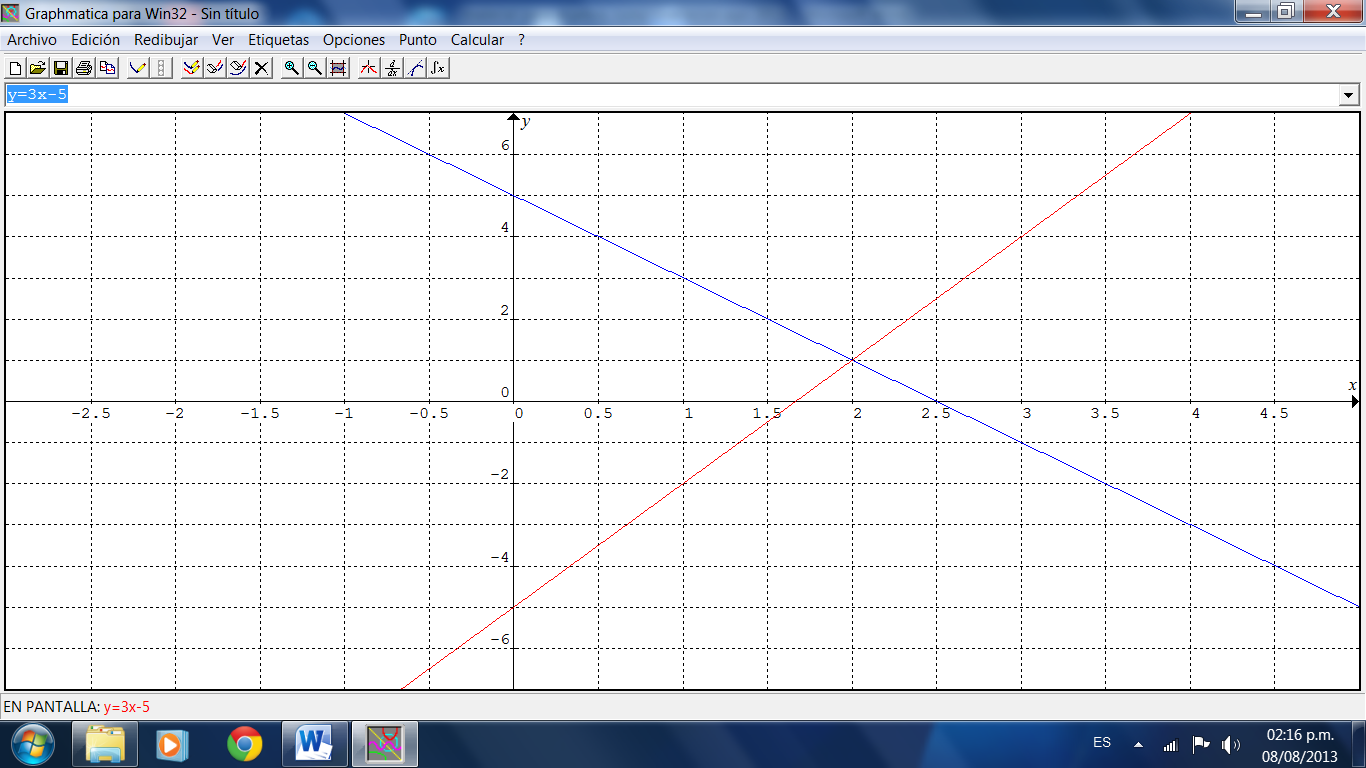
La solución de la ecuación es el valor la abscisa (x) donde se intersecan las dos rectas, en este caso

2.- Resolver la ecuación

El lado izquierdo de la ecuación se considera para la ecuación lineal de 2 variables (ecuación 1)

Realizando algo similar con el lado derecho, se obtiene (ecuación 2).

Mostrando la gráfica de ambas ecuaciones en la misma figura:



La solución de la ecuación es el valor la abscisa (x) donde se intersecan las dos rectas, en este caso .

**Nota:** Este método tiene una desventaja importante cuando la solución de la ecuación no es un número entero, como

**Ejercicios:**

1.- Resolver gráficamente las siguientes ecuaciones de primer grado.

a)

b)

c)